

MATEMÁTICAS

Cuaderno de
recuperación

4º ESO

Opción B

Nombre: _____

Grupo: _____

Año académico: _____

BLOQUE

I

Aritmética

Los números reales

Potencias, radicales y logaritmos

■ Clasifica los siguientes números como racionales o irracionales:

a) $\sqrt{10}$

b) $2/5$

c) $\sqrt{64}$

d) $-\sqrt{50}$

■ Calcula:

a) $\frac{4}{5} + 3 - \frac{7}{15}$

b) $\frac{1}{6} - \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{2} : \left(\frac{3}{4} - 1 + \frac{5}{8}\right)$

d) $\frac{3}{5} \left(\frac{1}{3} - 2 + \frac{2}{5}\right)$

■ Escribe tres números racionales comprendidos entre $1/4$ y $3/4$

■ Halla de forma exacta el lado de un cuadrado de 10 cm^2 de área y escribe qué tipo de número es.

■ Representa gráficamente de forma exacta:

a) $\sqrt{13}$

b) $-\sqrt{20}$

■ Representa en la recta real los siguientes pares de números y calcula la distancia que hay entre ellos:

a) -4 y -1

b) $-3,5$ y $4,5$

■ Representa gráficamente de forma aproximada:

a) $\sqrt{15}$

b) $-\pi$

c) $\sqrt{23}$

d) $-\sqrt{14}$

■ Escribe en forma de desigualdad los siguientes intervalos, represéntalos gráficamente y clasifícalos:

a) $(-2, 4]$

b) $[-5, 1]$

c) $[3, +\infty)$

d) $(-\infty, -3)$

■ Clasifica los siguientes números como racionales o irracionales:

a) $2 - \sqrt{5}$

b) $2/7 - 5/7$

c) π^2

d) $(0,2222\dots)^2$

■ Escribe en forma de entorno las siguientes desigualdades:

a) $|x - 1| < 2$

b) $|x - 3| < 1$

c) $|x + 2| < 3$

d) $|x| < 4$

■ Escribe tres números racionales entre 1,5 y 1,7

■ Redondea a dos decimales los siguientes números y di cuáles de las aproximaciones son por defecto y cuáles por exceso:

a) 25,4632

b) 74,0981

c) 32,7381

d) 91,9983

■ Escribe dos números irracionales entre 3,1 y 3,2

■ Expresa, mediante el número π , un número irracional que esté comprendido entre 0 y 1

■ Halla con la calculadora el valor de los siguientes números con tres cifras decimales:

a) 2π

b) $\pi + \sqrt{10}$

c) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

d) $\sqrt{30} + \sqrt{12}$

■ Escribe el menor intervalo abierto, cuyos extremos sean números enteros, que contenga al número $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

■ Halla con la calculadora y expresa el resultado en notación científica:

a) $3,47 \cdot 10^{14} + 5,68 \cdot 10^{14}$

b) $2,898 \cdot 10^{20} : (8,4 \cdot 10^8)$

c) $2,5 \cdot 10^{24} \cdot 3,25 \cdot 10^6$

d) $2,71 \cdot 10^{12} \cdot 3,21 \cdot 10^{-9} : (2,5 \cdot 10^{-10})$

■ Escribe en forma de intervalo las siguientes desigualdades:

a) $1 \leq x \leq 4$

b) $x > 2$

c) $-1 < x \leq 5$

d) $x < 3$

■ Calcula mentalmente los cinco primeros cubos perfectos.

■ b) $(12,5^3 + 7,8 \cdot 12,76) : \sqrt{91}$
c) $(1,4^6 - 456,5 : 7,28) \cdot \sqrt{24,57}$

■ Calcula mentalmente:

a) 3^4 b) $(-3)^4$ c) -3^4 d) $-(-3)^4$

■ Calcula mentalmente:

a) $(5 + 6)^2$ b) $5^2 + 6^2$
c) $(10 - 8)^2$ d) $10^2 - 8^2$

■ Calcula mentalmente:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$ c) $-\left(\frac{3}{2}\right)^3$ d) $-\left(-\frac{3}{2}\right)^3$

■ Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

a) $x^{-2} \cdot x^5$ b) $x^3 : x^7$
c) $(x^{-4})^3$ d) $x^{-3} \cdot x^5 : x^{-4}$

■ Calcula mentalmente:

a) 0^{10} b) $\left(\frac{3}{4}\right)^0$ c) 1^{-5} d) $\left(\frac{3}{4}\right)^1$

■ Utilizando la calculadora, realiza las siguientes operaciones y redondea los resultados a dos decimales:

a) $0,55^2$ b) $7,15^3$
c) $1,2^{10}$ d) $4,7 \cdot 10^{18} : 9,5 \cdot 10^5$

■ Calcula mentalmente el valor de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{64}$ b) $\sqrt[3]{64}$ c) $\sqrt[4]{81}$ d) $\sqrt{-49}$

■ Escribe en forma de potencia de base 3:

a) 81 b) 3 c) 1 d) $\frac{1}{27}$

■ Utilizando la calculadora, halla las siguientes raíces. Redondea los resultados a dos decimales.

a) $\sqrt{1000}$ b) $\sqrt[3]{100}$
c) $\sqrt[4]{1,25}$ d) $\sqrt[5]{524,5}$

■ Utilizando la calculadora, realiza las siguientes operaciones y redondea los resultados a dos decimales:

a) $(7,5^2 - 23,5) \cdot \sqrt{7,5}$

■ Escribe en forma de radical las siguientes potencias:

- a) $x^{1/2}$ b) $5^{-1/3}$ c) $a^{3/4}$ d) $7^{-4/5}$

■ Utilizando la calculadora, halla la siguiente suma y resta de radicales. Redondea el resultado a dos decimales:

$$5\sqrt{23} - 2\sqrt{47} + 7\sqrt{19}$$

■ Escribe en forma de potencia los siguientes radicales:

- a) \sqrt{a} b) $\sqrt[3]{5^2}$ c) $\frac{1}{\sqrt[4]{a}}$ d) $\frac{1}{\sqrt[6]{7^5}}$

■ Simplifica los siguientes radicales:

- a) $\sqrt{2^6}$ b) $\sqrt[6]{x^3}$ c) $\sqrt[9]{a^6}$ d) $\sqrt[12]{5^9}$

■ Realiza los siguientes productos:

- a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$ b) $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{10}$
c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}$ d) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[6]{3}$

■ Introduce dentro del radical el factor que está delante:

- a) $5\sqrt{2}$ b) $a^2\sqrt[3]{5}$
c) $3^2a^4\sqrt[3]{3a}$ d) $5^2x^2y^4\sqrt[4]{5x^3y^2}$

■ Realiza los siguientes cocientes:

- a) $\sqrt{6} : \sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{40} : \sqrt[3]{5}$
c) $\sqrt[3]{9} : \sqrt{12}$ d) $\sqrt[3]{2} : \sqrt[5]{3}$

■ Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

- a) $\sqrt{18}$ b) $\sqrt[3]{81x^{15}}$
c) $\sqrt[4]{64a^{17}b^9}$ d) $\sqrt[5]{128x^{19}y^{15}x^{10}}$

■ Realiza las siguientes sumas y restas de radicales:

- a) $\sqrt{75} - \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{300}$
b) $3\sqrt{50} + 4\sqrt{18} - 5\sqrt{8} + 2\sqrt{200}$

■ Sustituye los puntos suspensivos por igual, =, o distinto, ≠:

- a) $\sqrt[3]{7^2} \dots (\sqrt{7})^3$ b) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} \dots \sqrt[6]{5}$

■ Racionaliza:

a) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{8}{\sqrt[3]{7^2}}$ c) $\frac{7}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

■ Halla mentalmente los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 9$ b) $\log_3 1/27$ c) $\log_3 1$

■ Utilizando la calculadora, halla los siguientes logaritmos. Redondea el resultado a cuatro decimales:

a) $\log 405,75$ b) $\log 1,9$ c) $\log 0,0005$

■ Utilizando la calculadora, halla los siguientes logaritmos. Redondea el resultado a cuatro decimales.

a) L 5 b) L 25,8 c) L 0,034

Racionaliza:

a) $\frac{10}{\sqrt{6}}$ b) $\frac{12}{\sqrt[3]{4}}$ c) $\frac{14}{3-\sqrt{3}}$

■ Utilizando las propiedades de los logaritmos y la calculadora, halla los siguientes logaritmos. Redondea el resultado a cuatro decimales.

a) $\log 2^{10}$ b) $\log \frac{867}{3}$ c) $\log (5^{23} : 3,4^{15})$

■ Halla mentalmente el valor de x en los siguientes casos:

a) $2^5 = x$ b) $x^{-1} = 2$ c) $2^x = 1/4$

■ Halla mentalmente el valor de x en los siguientes casos:

a) $5^{-3} = x$ b) $x^3 = 125$ c) $5^x = 1$

■ Sustituye los puntos suspensivos por igual, =, o distinto, ≠:

a) $\log (12 : 19) \dots \log 12 - \log 19$

b) $\log \sqrt[3]{7} \dots 3 \log 7$

c) $\log (22 + 8) \dots \log 22 + \log 8$

d) $\log (22 + 8) \dots \log 30$

■ Halla mentalmente los siguientes logaritmos:

a) $\log 1\,000$ b) $\log 1$ c) $\log 10^{-6}$

■ Escribe en forma de radical las siguientes potencias y halla mentalmente el resultado:

a) $8^{1/3}$ b) $9^{-1/2}$ c) $25^{3/2}$ d) $8^{2/3}$

■ a) $\sqrt[3]{5} \sqrt[4]{5}$

b) $\sqrt[3]{7} : \sqrt[4]{7}$

■ Efectúa las siguientes operaciones:

a) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ b) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

■ Escribe con un solo radical:

a) $\sqrt{\sqrt{a}}$

b) $\sqrt{\sqrt{x}}$

■ $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

■ Racionaliza:

a) $\frac{8}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

■ $3\sqrt{50} - 5\sqrt{32} + 3\sqrt{98}$

■ a) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{1 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

■ a) $\sqrt{2} \sqrt{3} \sqrt{5}$

b) $\sqrt{6} : \sqrt{3}$

Racionaliza:

■ a) $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$

b) $\frac{9}{\sqrt[3]{3^2}}$

■ Reduce al logaritmo de una sola expresión:

$\log 5 + \log 6 - \log 2$

■ a) $\frac{21}{\sqrt[5]{7}}$

b) $\frac{35}{\sqrt[5]{7^3}}$

■ $3 \log a + 2 \log b - 5 \log c$

■ a) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

■ $2 \log x - 5 \log y + 3 \log z$

Solución:

■ $\frac{1}{2} \log x + \frac{1}{3} \log y$

■ a) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

■ $2 \log 7 + 3 \log 5$

BLOQUE

II

Álgebra

Polinomios y fracciones algebraicas

Resolución de ecuaciones

Sistemas de ecuaciones

Inecuaciones y sistemas de inecuaciones

Polinomios

2. Teorema del resto y del factor

- Calcula $P(x) : Q(x)$, siendo:
 $P(x) = 4x^5 + 2x^4 - 12x^3 + 10x^2 + 20x - 25$
 $Q(x) = 2x^3 - 4x + 1$

- Calcula $P(x) : Q(x)$, siendo:
 $P(x) = 2x^7 + x^6 - 8x^5 - 3x^4 + x^2 + 4$
 $Q(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$

- Calcula $P(x) : Q(x)$ por Ruffini, siendo:
 $P(x) = x^4 - 6x^3 + 2x - 6$
 $Q(x) = x - 3$

- Halla $P(x) : Q(x)$ por Ruffini, siendo:
 $P(x) = x^5 - 8x^3 + 2x - 4$
 $Q(x) = x + 2$

- Calcula el valor numérico del siguiente polinomio, para los valores que se indican:
 $P(x) = x^5 - x^3 + 3x^2 - 4x + 1$
a) Para $x = 2$ b) Para $x = -2$

- Halla si los valores 5 y 3 son raíces del siguiente polinomio:
 $P(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$

- Halla, sin hacer la división, el resto de dividir $P(x) = x^4 + 2x^3 - 4x + 5$ entre $x + 3$

- Halla el valor de k para que el resto de la siguiente división sea -3
 $(x^4 + kx^3 - kx + 5) : (x - 2)$

- Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio $P(x) = x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 2x + 21$ es divisible entre $x + 3$

- Factoriza los siguientes polinomios y halla sus raíces:
a) $x^3 - x^2 - 5x - 3$
b) $x^3 - 2x^2 - 3x$
c) $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 20x - 12$
d) $x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 2x^2$

- Halla el valor de k para que el polinomio $P(x) = 2x^3 - kx^2 + x - 6$ sea divisible entre $x + 2$

3. Factorización de polinomios

Factoriza mentalmente los siguientes polinomios:

- a) $x^2 - 25$ b) $x^2 - 8x + 16$
c) $x^4 - 2x^2 + 1$ d) $x^2 + 10x + 25$

- Halla un polinomio que tenga las siguientes raíces:

- a) $x_1 = 2, x_2 = -3$
b) $x_1 = -2, x_2 = 1$
c) $x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 3$
d) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = x_4 = 2$

- Factoriza mentalmente los siguientes polinomios y halla sus raíces:

- a) $16x^3 - 4x$ b) $x^4 + 2x^3 + x^2$
c) $2x^4 - 18x^2$ d) $2x^3 + 12x^2 + 18x$

■ Halla el M.C.D. y el m.c.m. de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = x^3 - 4x$

$Q(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$

b) $P(x) = x^2 + 2x - 3$

$Q(x) = x^2 - 3x + 2$

c) $P(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2$

$Q(x) = x^3 - 2x^2 + x$

d) $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

$Q(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$

■ Calcula:

a) $\frac{2}{x+3} + \frac{2}{x-3}$

b) $\frac{8}{x^2+2x} - \frac{4x}{2x+4}$

c) $\frac{1}{x^2} - \frac{x+1}{x^2+x}$

d) $\frac{1}{2x-1} - \frac{x+1}{(2x-1)^2}$

4. Fracciones algebraicas

■ Descompón mentalmente en factores el numerador y el denominador y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{(x+2)^2}{x^2-4}$

b) $\frac{x^2}{x^2-x}$

c) $\frac{4x^2-9}{2x-3}$

d) $\frac{9x^2+6x+1}{3x+1}$

■ Efectúa:

a) $\frac{2x}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{2}$

b) $\frac{3x+3}{3x} \cdot \frac{x^2-3}{x^2-9}$

■ Calcula:

a) $\frac{3x}{2x-2} : \frac{2x}{x-1}$

b) $\frac{x^2-x}{x-3} : \frac{4x-4}{x^2-9}$

■ Opera y simplifica:

a) $\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}\right) \frac{3x^2}{x+2}$

b) $\left(x + \frac{x}{1-x}\right) : \left(x - \frac{x}{1-x}\right)$

- Halla el valor de k para que el resto de la división del polinomio

$$P(x) = 2x^3 - x + k$$

entre $x - 2$ sea 3

- Di si son exactas las siguientes divisiones sin hacer la división:

a) $(x^4 - 1) : (x + 1)$

b) $(x^5 - 32) : (x + 2)$

Factoriza los siguientes polinomios y halla sus raíces:

■ $x^4 - 2x^3 - x + 2$

■ $x^4 - 2x^2 + 1$

■ $x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 13x + 6$

■ $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

■ $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6$

■ $x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

■ $\frac{2x - 1}{4x^2 - 2x}$

■ $\frac{x^2 - x}{x^4 - x^2}$

■ $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 6x + 5}$

■ $\frac{x^2 + 5x + 6}{x^3 + x + 10}$

■ $\frac{x^2 + 3x - 10}{x^3 - 4x}$

Efectúa las operaciones siguientes y simplifica los resultados:

$$\blacksquare \frac{2x+1}{x+4} - \frac{2x-3}{x-2}$$

$$\blacksquare \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(2 - \frac{x}{x+1}\right) : (x+2)$$

$$\blacksquare \frac{2x-1}{x^2-1} - \frac{1}{x^3-x}$$

$$\blacksquare \left(\frac{2}{x+2} + \frac{3}{x^2-4}\right) : \left(4 + \frac{12}{x-2}\right)$$

$$\blacksquare \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x}$$

$$\blacksquare \left(\frac{x+1}{2} + \frac{1-x}{2x}\right) : \left(\frac{x+1}{x^2} - \frac{2}{x^2+x}\right)$$

$$\blacksquare 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{x+1}{x^2+x}$$

$$\blacksquare \left(\frac{9-6x}{x^2} + 1\right) : \left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right)$$

$$\blacksquare \left(\frac{2}{x} - \frac{x}{2}\right) : \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x+1}\right)$$

$$\blacksquare \frac{3x+9}{x+6} \left(\frac{4}{3x-3} - \frac{x+2}{x^2+2x-3}\right)$$

$$\blacksquare \frac{2x+2}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-x}{x+2}$$

- Calcula los valores de m y n para que el polinomio:

$$P(x) = x^4 + x^3 + mx^2 - 3x + n$$

sea divisible por $x + 1$ y $x - 2$

- Calcula los valores de m y n para que el polinomio:

$$P(x) = x^4 + mx^3 + 2x^2 + nx - 24$$

sea divisible por $x + 2$ y $x - 3$

- Escribe un polinomio cuyas raíces sean los valores $2, -1, 5$

- Escribe dos polinomios $P(x)$ y $Q(x)$ tales que:

$$\text{M.C.D.}(P(x), Q(x)) = x - 2$$

- Escribe dos polinomios $P(x)$ y $Q(x)$ tales que:

$$\text{m.c.m.}(P(x), Q(x)) = x(x^2 - 1)(x - 2)$$

- Escribe en forma de polinomio en una variable cada uno de los enunciados siguientes:

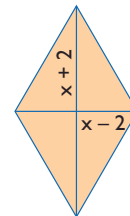
- El cubo de un número menos el cuadrado del número, más 4 unidades.
- El área de un rectángulo cuya base mide 5 unidades más que la altura x
- El área de un triángulo cuya altura mide 2 unidades menos que la base x

- Dos números suman 8 unidades. Escribe el polinomio que expresa el producto de dichos números en función del número menor x

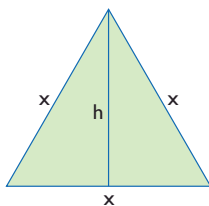
- Dados dos números enteros consecutivos, escribe el polinomio que expresa en función del número menor x :

- la suma de los números.
- el producto de los números.

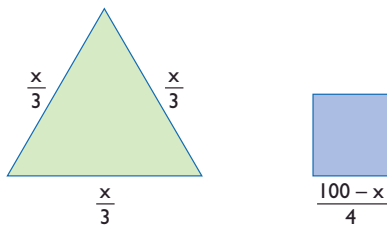
- Dado el rombo siguiente, halla su área en función de x



- Escribe el polinomio que da el área de un triángulo equilátero en función del lado x

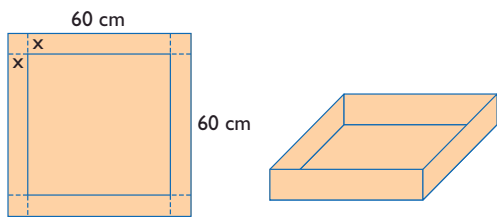


Se divide un alambre de 100 m de longitud en dos trozos, y se forman el triángulo equilátero y el cuadrado siguientes.



- Escribe el polinomio que expresa la suma de las áreas del triángulo y del cuadrado en función de x

- En una cartulina cuadrada de 60 cm de lado se recorta un cuadrado de lado x en las esquinas, para construir una caja sin tapa. Escribe el volumen de la caja en función de x



- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

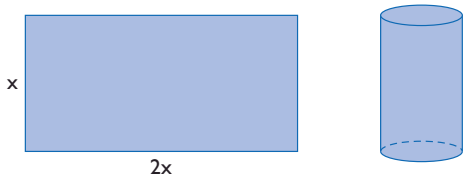
$$\frac{4x^2y}{6xy^3}$$

$$\frac{2x^2 - 4xy}{2x^4 - 8x^2y^2}$$

Solución:

$$\frac{a^2 - 2a + 1}{a^2b^2 - b^2}$$

- Con una cartulina como la de la figura, se construye un cilindro sin tapas. Escribe:
 - el área lateral del cilindro en función de x
 - el volumen del cilindro en función de x



Solución:

$$\frac{4x^2 + 4xy + y^2}{4x^3 + 4x^2y + xy^2}$$

Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$$\frac{2x}{x-y} \cdot \frac{x^2-y^2}{2}$$

Ecuaciones

1. Ecuaciones de 1^{er} y 2^o grado

$$4x^2 - 25 = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

$$x\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$6x^2 - 5x = 0$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\frac{x-2}{3} - \frac{x-4}{5} = \frac{x+3}{10}$$

$$x + \frac{1}{6} + \frac{1-4x}{5} = \frac{2x-1}{3}$$

$$x(x-3) = 18$$

$$\frac{x-6}{5} = \frac{x-5}{4} + \frac{1-x}{6} - \frac{7}{10}$$

$$\frac{x^2+3}{4} = 1 - \frac{x-1}{8}$$

$$3(x-2) + (x-2)x = 2x$$

$$\frac{x-2}{3} + x = \frac{x-4}{5} + \frac{5x+14}{10}$$

$$(x+2)(x-1) = x+7$$

$$\frac{x+1}{2} + x + \frac{1-x}{5} = 2$$

$$\frac{5(1-x)(x-3)}{4} + 14 = 2(x-3)$$

$$\frac{3x+2}{4} - \frac{2x-1}{6} + x = \frac{3x-1}{2} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{2x+3}{4} - (x-3) = \frac{x-1}{3} + \frac{2x-5}{4}$$

$$(x+2)(x-2) = (x+3)^2 - 7$$

$$\blacksquare \frac{x^2 + 1}{5} - \frac{x^2 + x}{10} = \frac{5x - 3}{10}$$

$$\blacksquare x^4 - 25x^2 + 144 = 0$$

$$\blacksquare 4(x - 2)(x - 1) + 3(x^2 - 1) = 9$$

$$\blacksquare \frac{1}{x - 3} = \frac{11}{2} - x$$

$$\blacksquare 2x(x + 2) - (4 - x)(x - 1) = 7x(x - 1)$$

$$\blacksquare x + \sqrt{x} = 6$$

$$\blacksquare 2x^4 - 3x^2 - 20 = 0$$

2. Ecuaciones bicuadradas, racionales e irracionales

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\blacksquare x^6 - 9x^3 + 8 = 0$$

$$\blacksquare \sqrt{9 - x} = x - 3$$

$$\blacksquare x + \frac{12}{x} = 7$$

$$\blacksquare \frac{1}{x + 1} + \frac{2}{x + 2} = \frac{10}{3}$$

$$\blacksquare x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

$$\blacksquare \frac{2}{x - 3} + \frac{1}{x + 3} = \frac{6}{x^2 - 9}$$

$$\blacksquare \frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x + 2} = \frac{1}{2}$$

$$\blacksquare 11 + \sqrt{x^2 - 5x + 1} = 2x$$

$$\blacksquare x = -2 + \sqrt{16 + x^2}$$

$$\blacksquare \frac{1}{x} - \frac{1}{x + 2} = -\frac{4}{3(x - 3)}$$

Ejercicios y problemas

$$\blacksquare 9x^4 - 5x^2 - 4 = 0$$

$$\blacksquare \frac{x}{x+1} = \frac{4}{9} - \frac{x}{x+4}$$

$$\blacksquare \sqrt{x+1} - \sqrt{7x+4} = -3$$

$$\blacksquare \frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x} = -2$$

$$\blacksquare \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{2}$$

$$\blacksquare \sqrt{5x^2 + 3x - 4} = 4x + 24$$

$$\blacksquare \frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{8}{x^2-1}$$

$$\blacksquare x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$\blacksquare x^6 - 28x^3 + 27 = 0$$

$$\blacksquare \frac{x-1}{x} - \frac{3x}{3x-2} = \frac{3}{4}$$

$$\blacksquare \frac{x+2}{x-1} - \frac{4-x}{2x} = \frac{3}{2}$$

$$\blacksquare 6\sqrt{x} = x\sqrt{x+5}$$

$$\blacksquare 36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$$

3. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\blacksquare \sqrt{5x-4}\sqrt{2x+1} = 7$$

$$\blacksquare 4^x + 2^5 = 3 \cdot 2^{x+2}$$

$$\blacksquare 2x + \sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1$$

$$\blacksquare 2^{5-x^2} = \frac{1}{16}$$

■ $5^{2x-2} - 6 \cdot 5^x + 125 = 0$

■ $2^{x-2} + 28 = 2^{x+2} - 2$

■ $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x-1}$

■ $3^{x-4} + 5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 163$

■ $1 + 9^x = 3^{x+1} + 3^{x-1}$

■ $9^x = 3^x + 6$

■ $2^x + \frac{1}{2^{x-2}} = 5$

■ $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 117$

■ $6^{2x} = 1296$

■ $2^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

■ $3^x + \frac{1}{3^{x-1}} = 4$

■ $5^{x^2+2x} = 1$

■ $5^{1-x} + 5^x = 6$

■ $e^{x-1} = 2^{x+1}$

■ $3^x \cdot 9^x = 9^3$

■ $3^{3x-2} = 9^{x^2-2}$

■ $2^{2x+5} - 5 \cdot 4^{2x-1} + 3125 = 53$

■ $\log(x^2 + 3x + 40) = 1 + \log(3x - 1)$

Ejercicios y problemas

■ $\log x^2 - \log 3 = \log x + \log 5$

■ $3 + \log \frac{3x}{2} = 2 \log x$

■ $\log x + \log(3x + 5) = 2$

■ $\log(x - 2) = 1 + \log 2 - \log(x - 3)$

■ $2 \log x - \log(x + 24) = 2$

■ $\log x = 1 - \log(7 - x)$

■ $2 \log x + \log(x^2 + 2) = \log 3$

■ $3 \log(6 - x) - \log(72 - x^3) = 0$

■ $\log x + \log 4 = \log(x + 1) + \log 3$

■ $\log \sqrt{3x + 1} + \log 5 = 1 + \log \sqrt{2x - 3}$

■ $2 \log x + \log x^4 = 6$

■ $(x^2 - 5x + 5) \log 5 + \log 20 = \log 4$

■ $2 \log x - \log 5x = \log 2$

■ $3 \log 2x - 2 \log x = \log(4x + 1)$

■ $2 \log x = 4 + \log \frac{x}{10}$

Ejercicios y problemas

$$\blacksquare \frac{9}{x+2} + \frac{9}{x^2+4x+4} = 10$$

$$\blacksquare \frac{x+3}{x-5} + 2 = -\frac{2}{x-3}$$

$$\blacksquare \sqrt[3]{4-x} = 2$$

$$\blacksquare x^2 - \frac{4x^2}{x^2+4x+4} = 0$$

$$\blacksquare 3^{x^2-4} + 3^{x^2-5} = 162 \cdot 2^{x^2-8}$$

$$\blacksquare 4^x - 2^{x-1} - 14 = 0$$

$$\blacksquare \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2} - \frac{4}{x+1}$$

$$\blacksquare \frac{x-3}{1-x^2} - \frac{x+2}{1+x} = \frac{1}{1-x}$$

$$\blacksquare \log \sqrt[4]{x^3} - \log \sqrt{10} = \frac{1}{4}$$

$$\blacksquare \frac{x^2+4x+4}{x^2+2x+1} = \frac{4x+5}{4x}$$

$$\blacksquare 2^{x-1} + \frac{1}{2^{x-3}} = 5$$

$$\blacksquare 5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$$

$$\blacksquare \frac{x+1}{x-3} + \frac{x-3}{x+1} = \frac{26}{5}$$

$$\blacksquare \sqrt{x^2-3x} + \sqrt{x^2+x+4} = 4$$

$$\blacksquare \sqrt{x+2} + \sqrt{x-3} = 5$$

$$\blacksquare \frac{x}{\sqrt{x}} = x - \sqrt{x}$$

$$\blacksquare 3^{1-x} + 3^{2-x} = \frac{4}{27}$$

■ $\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1} = \frac{5}{\sqrt{x+2}}$

■ $2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 504$

■ $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2}$

■ $4^x = 3 \cdot 2^{x+1} - 8$

■ $\log \sqrt{7x+3} + \log \sqrt{4x+5} = \frac{1}{2} + \log 3$

■ $\frac{2\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{x}}{3\sqrt{x}}$

■ $\log \sqrt[3]{x} - \log \sqrt[3]{4} = \frac{1}{3}$

■ $\sqrt{4 + \sqrt{3x^2 - 2}} = x$

■ $\frac{\log(10-x^2)}{\log(5-2x)} = 2$

Ejercicios y problemas

- Halla un número que exceda a su raíz cuadrada en 156 unidades.
- Si se aumenta 2 cm la longitud de cada una de las aristas de un cubo, el volumen del mismo aumenta 218 cm^3 . Calcula la longitud de la arista.
- Halla dos números enteros sabiendo que el mayor excede en 6 unidades al menor, y la suma de sus inversos es $\frac{4}{9}$
- Una finca rectangular tiene una superficie de 4000 m^2 . Si un lado de la finca tiene 30 m más que el otro, calcula las dimensiones de la finca.
- Halla dos números pares consecutivos cuyo producto exceda a su suma en 142 unidades.
- El dividendo de una división es 136 y el cociente y el resto son iguales. Si el divisor es el doble que el cociente, ¿cuál es el divisor?
- El perímetro de un triángulo rectángulo mide 48 cm, y su hipotenusa mide 20 cm. Calcula la longitud de los catetos.

■ La diagonal de un rectángulo mide 25 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo, sabiendo que la altura es $\frac{4}{3}$ de la base.

■ Calcula la longitud de las diagonales de un rombo de 96 cm^2 de área, sabiendo que la diagonal menor es $\frac{3}{4}$ de la diagonal mayor.

■ Se tiene un cuadrado cuyo lado es 5 cm mayor que el lado de otro cuadrado. Si entre los dos cuadrados se tienen 233 cm^2 , calcula el área de cada uno de ellos.

■ Si se aumenta en tres centímetros el lado de un cuadrado, el área aumenta en 81 cm^2 . Calcula la longitud del lado del cuadrado inicial.

■ Se han comprado por 37 € unas zapatillas de deporte y un balón que costaban 50 €. Si en las zapatillas han rebajado el 20%, y en el balón, el 30%, ¿cuál era el precio inicial de cada producto?

■ Pablo tiene 15 años, y su madre, 40. ¿Cuántos años deben transcurrir para que la edad de la madre sea el doble que la de Pablo?

■ La edad de una madre y un hijo suman 60 años, y dentro de dos años la edad de la madre será el triple de la del hijo. Calcula la edad actual de cada uno.

■ Se tiene un rectángulo de 20 cm de perímetro. Si se reduce en 3 cm la base y en 2 cm la altura, el área disminuye en 18 cm^2 . Calcula las dimensiones del rectángulo.

Sistemas de ecuaciones

1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

- Resuelve gráficamente el siguiente sistema lineal y clasifícalo por el número de soluciones:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 6 \\ x - y = -2 \end{array} \right\}$$

- Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 4y = -13 \\ x + 3y = 0 \end{array} \right\}$$

- Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y = 1 \\ -3x + 6y = -3 \end{array} \right\}$$

- Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 5 \\ -2x + 3y = 5 \end{array} \right\}$$

Ejercicios y problemas

Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{2} - \frac{x-y}{3} &= \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} + y - \frac{2x-5y}{6} &= \frac{19}{12} \end{aligned} \right\}$$

Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} x - 3y &= -5 \\ xy - 2x - y &= 1 \end{aligned} \right\}$$

3. Sistemas de ecuaciones no lineales

Resuelve el siguiente sistema e interpreta la solución gráficamente:

$$\left. \begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + 1 \\ x + y &= 5 \end{aligned} \right\}$$

Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} xy &= 3 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Resuelve el siguiente sistema formado por dos circunferencias e interpreta el resultado:

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 18 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

4. Sistemas exponenciales y logarítmicos

Resuelve el siguiente sistema exponencial:

$$\left. \begin{aligned} 3^x + 5^y &= 28 \\ 8 \cdot 3^x - 5^y &= -1 \end{aligned} \right\}$$

Ejercicios y problemas

Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x - y = 9 \end{cases}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 + y = 6 \end{cases}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = x^2 - 4 \end{cases}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Ejercicios y problemas

- Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y = 2 \\ x - 2y = -2 \end{array} \right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

- Meli compra 3 DVD y 4 CD, y paga 100 €; y Ana compra 4 DVD y 3 CD en la misma tienda, y paga 110 €. ¿Cuánto cuesta cada DVD y CD?

- Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{x} + \frac{y}{3} = 2 \\ \frac{x+y}{5} + \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

- Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} y - 2x = 1 \\ x^2 + y = 4 \end{array} \right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

- Un piso tiene forma rectangular y su área es de 108 m². Si el largo mide 3 m más que el ancho, ¿cuáles son las dimensiones del piso?

Ejercicios y problemas

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x^2 - 2y = 0 \\ y + yx^2 = 1 \end{cases}$$

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} y = 2^x \\ y = 2^{-x} \end{cases}$$

Halla los puntos de corte de las siguientes funciones: $y = x^2 + 2x - 3$, $y = -x^2 + 1$
Haz la representación gráfica para comprobarlo.

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} y = x^3 - x \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = 2x - x^2 \end{cases}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

■ Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{x+y}{3} = \frac{x}{2} \end{array} \right\}$$

■ Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 8 \\ xy = 6 \end{array} \right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

■ Un campo de baloncesto tiene forma rectangular. El largo más el ancho mide 60 m, y el área es de 800 m². ¿Cuánto mide cada lado?

■ La suma de dos números es 15, y la diferencia de sus cuadrados también es 15. Halla ambos números.

Ejercicios y problemas

■ Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} y = x^2 \\ y = x^4 \end{array} \right\}$$

■ Resuelve el siguiente sistema exponencial:

$$\left. \begin{array}{l} 7^x - 5^y = 338 \\ 2 \cdot 7^x - 3 \cdot 5^y = 671 \end{array} \right\}$$

■ Halla los puntos de corte de las siguientes funciones:

$$y = 3x^2 - 6x \qquad y = -x^2 + 6x - 8$$

Representa ambas funciones para comprobarlo.

■ Resuelve el siguiente sistema logarítmico:

$$\left. \begin{array}{l} \log x - \log y = \log 3 \\ 2 \log x - 3 \log y = \log 3 \end{array} \right\}$$

■ Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 2x - y = -3 \\ 2y - x^2 = 2 \end{array} \right\}$$

Inecuaciones

$$\blacksquare \quad 5x - 4 < 3x - 1$$

$$\blacksquare \quad x - 2(x - 1) > 10 - 2(x + 3)$$

$$\blacksquare \quad \frac{1}{5} + \frac{3x}{2} \leq \frac{2x}{3}$$

$$\blacksquare \quad \frac{2x}{3} + \frac{x+2}{6} < \frac{3x}{2} + 1$$

o

$$\blacksquare \quad x + \frac{x+2}{6} > \frac{4x}{3}$$

$$\blacksquare \quad \frac{4x+1}{3} - \frac{2x+1}{2} \leq \frac{x}{12} + \frac{5}{6}$$

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x + 2 < 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 6x + 8 < 0$$

Resuelve las siguientes inecuaciones y haz la interpretación gráfica:

$$x^2 - 1 < 0$$

$$2x^2 + 3x - 2 \leq 0$$

$$-x^2 + 6x - 5 \geq 0$$

Ejercicios y problemas

■ $x^2 \geq x$

■ $\frac{x-2}{x-3} \geq 0$

◦

■ $x^2 + 5x + 4 < 0$

■ $\frac{x-4}{x} < 0$

◦

■ $x^2 + x \geq \frac{15}{4}$

■ $x + 3y < 6$

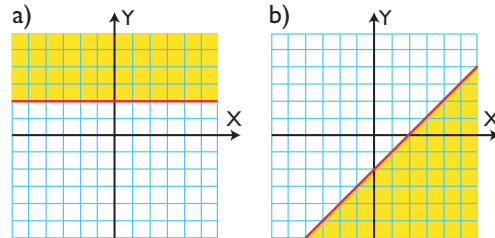
◦

Inecuaciones lineales con dos variables

Resuelve las siguientes inecuaciones:

■ $3x - y \leq 3$

■ Escribe la inecuación correspondiente a la zona coloreada de las siguientes figuras:



■ $y < 4$

4. Sistemas de inecuaciones lineales con dos variables

■ Resuelve mentalmente los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{array} \right\}$$

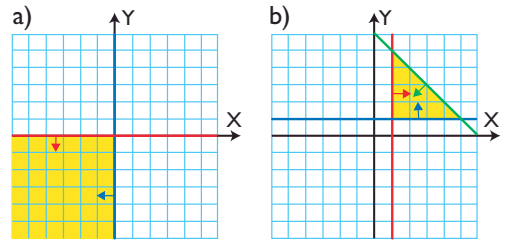
■ $x - y \leq 3$

■ $\left. \begin{array}{l} x \leq 2 \\ x \geq -3 \end{array} \right\}$

Ejercicios y problemas

$$\begin{cases} x - y \leq 3 \\ x + y \geq 5 \end{cases}$$

■ Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona coloreada de cada una de las siguientes figuras:



■ Resuelve mentalmente el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y > 6 \\ 2x - y < 6 \end{cases}$$

■ Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$x - 3(x - 2) < 11 - 4x$$

$$\text{■ } 3(2x - 1) > 2x + 6x + 1$$

$$\blacksquare x^2 - 5x + 4 \geq 0$$

$$\blacksquare \left. \begin{array}{l} -13x + 21 \leq 2 - 3(5x - 7) \\ x + 2(3x - 5) > 6x - 7 \end{array} \right\}$$

$$\blacksquare x^2 + 4x + 5 < 0$$

$$\blacksquare \frac{3x + 3}{x + 2} \leq 0$$

\blacksquare Resuelve gráficamente la inecuación:

$$3x + 4y \geq 12$$

$$\blacksquare \frac{2x + 2}{x - 2} > 0$$

\blacksquare Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3 > 1 \\ 4x + 5 \leq 9 + 3x \end{array} \right\}$$

Ejercicios y problemas

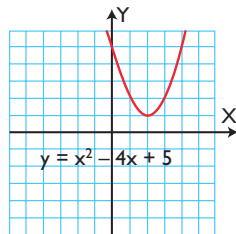
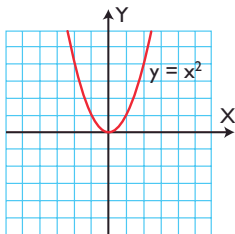
■ $2x - y < 3$

■ $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ x - y \leq 3 \end{cases}$

■ Observando las siguientes representaciones gráficas, escribe directamente las soluciones de las inecuaciones correspondientes:

a) $x^2 \geq 0$

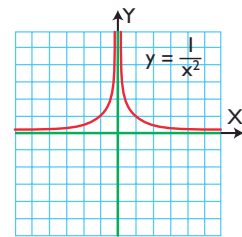
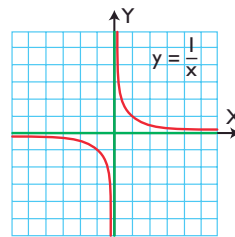
b) $x^2 - 4x + 5 \leq 0$



■ Observando las siguientes representaciones gráficas, escribe directamente las soluciones de las inecuaciones correspondientes:

a) $\frac{1}{x} \leq 0$

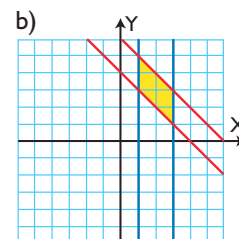
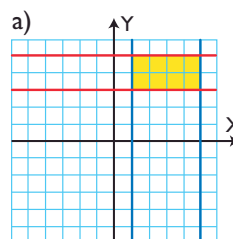
b) $\frac{1}{x^2} \geq 0$



■ Resuelve gráficamente el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x - y \geq -2 \\ 2x + y \geq 2 \end{cases}$$

■ Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona rellena de cada una de las siguientes figuras:



BLOQUE III

Geometría

Resolución de triángulos rectángulos
Geometría analítica

Trigonometría

■ Pasa los ángulos siguientes a radianes:

- a) 30° b) 120° c) 270° d) 315°

■ Determina $\cos \alpha$ sabiendo que el ángulo α está en el 2º cuadrante y que $\sin \alpha = 0,2$

■ Pasa los ángulos siguientes a grados:

- a) $0,5 \text{ rad}$ b) 1 rad c) $1,5 \text{ rad}$ d) $2,5 \text{ rad}$

■ Calcula $\text{tg } \alpha$, sabiendo que el ángulo α está en el 3º cuadrante y que $\cos \alpha = -0,7$

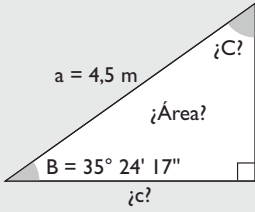
■ Determina las razones trigonométricas del ángulo α si está en el 4º cuadrante y $\sin \alpha = -0,4$

■ Dibuja en la circunferencia unidad los ángulos siguientes:

- a) 1485° b) 2370° c) 2100°

En un triángulo rectángulo se conocen la hipotenusa $a = 4,5 \text{ m}$ y el ángulo $B = 35^\circ 24' 17''$. Calcula los demás elementos.

Solución:



Datos	Incógnitas	Fórmulas	Resolución
$a = 4,5 \text{ m}$ $B = 36^\circ 52' 12''$	C	$C = 90^\circ - B$	$C = 54^\circ 35' 43''$
	b	$\text{sen } B = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \text{ sen } B$	$b = 4,5 \text{ sen } 35^\circ 24' 17'' = 2,61 \text{ m}$
	c	$\text{cos } B = \frac{c}{a} \Rightarrow c = a \text{ cos } B$	$c = 4,5 \text{ cos } 35^\circ 24' 17'' = 3,67 \text{ m}$
	Área	$\text{Área} = \frac{1}{2} b \cdot c$	$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot 2,61 \cdot 3,67 = 4,79 \text{ m}^2$

■ En un triángulo rectángulo se conocen el cateto $b = 2,8 \text{ m}$ y el ángulo opuesto $B = 47^\circ 35' 20''$. Calcula los demás elementos.

■ En un triángulo rectángulo se conocen los dos catetos $b = 4,5 \text{ cm}$ y $c = 3,5 \text{ cm}$. Calcula los demás elementos.

Ejercicios y problemas

1. Circunferencia goniométrica

■ Pasa los ángulos siguientes a radianes:

- a) 45° b) 150°
c) 210° d) 330°

■ Si la $\operatorname{tg} \alpha = -0,5$ y α está en el 4º cuadrante, determina el resto de las razones trigonométricas.

■ Pasa los ángulos siguientes a grados

- a) 2 rad b) $\pi/9$ rad
c) $5\pi/3$ rad d) 1,7 rad

■ Si el ángulo α está en el 2º cuadrante y tenemos $\operatorname{cosec} \alpha = 2,5$, determina las razones trigonométricas del ángulo α .

■ Determina todas las razones trigonométricas del ángulo α si $\cos \alpha = -0,8$ y el ángulo α está en el 3º cuadrante.

■ Dibuja en la circunferencia unidad el ángulo de 45° y dibuja el segmento que representa a cada una de las razones trigonométricas.

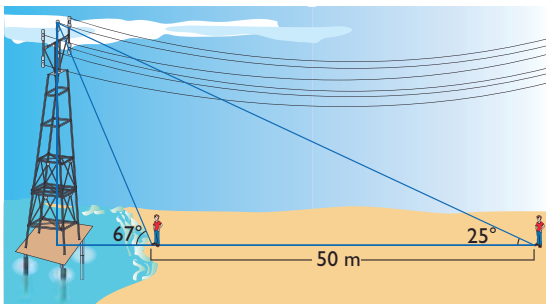
Ejercicios y problemas

- En un triángulo rectángulo se conocen el cateto $c = 6,4$ m y el ángulo contiguo $B = 56^\circ 23' 44''$. Calcula los demás elementos.

- En un triángulo rectángulo se conocen los dos catetos $b = 9,5$ cm y $c = 7,6$ cm. Calcula los demás elementos.

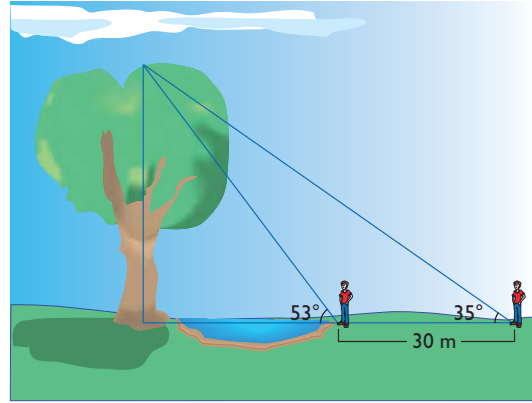
4. Aplicaciones al cálculo de distancias, áreas y volúmenes

- Una torre de alta tensión está colocada dentro del mar sobre un soporte. Desde la orilla de la playa se mide el ángulo de elevación de la parte más alta y se obtiene 67° . Alejándose en la misma dirección 50 m, el nuevo ángulo de elevación es de 25° . Calcula la altura de la torre.



■ Calcula la apotema de un octógono regular en el que el lado mide 7,2 cm

■ Se quiere medir la anchura de un río. Para ello se observa un árbol que está en la otra orilla. Se mide el ángulo de elevación desde esta orilla a la parte más alta del árbol y se obtienen 53° . Alejándose 30 m del río se vuelve a medir el ángulo de elevación y se obtienen 35° . Calcula la anchura del río.



■ Calcula el volumen de una pirámide regular cuadrangular en la que la arista de la base mide 6 cm y el ángulo que forma la base con las caras laterales es de 65°

Ejercicios y problemas

■ Pasa los ángulos siguientes a radianes:

- a) 120°
- b) 135°
- c) 240°
- d) 300°

■ Calcula todas las razones trigonométricas de α sabiendo que $\cotg \alpha = -3/2$ y α está en el 3^{er} cuadrante.

■ Pasa los ángulos siguientes a grados:

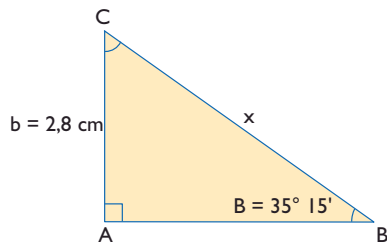
- a) 3,5 rad
- b) 3 rad
- c) 2,6 rad
- d) 0,4 rad

■ Calcula todas las razones trigonométricas de α sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = -2/5$ y α está en el 2^o cuadrante.

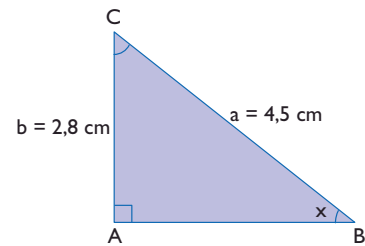
■ Calcula todas las razones trigonométricas de α sabiendo que $\operatorname{sen} \alpha = 0,6$ y α está en el 2^o cuadrante.

Ejercicios y problemas

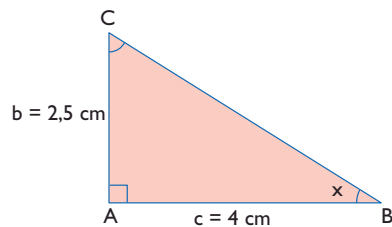
- Halla el valor de x en el siguiente triángulo rectángulo:



- Halla el valor de x en el siguiente triángulo rectángulo:

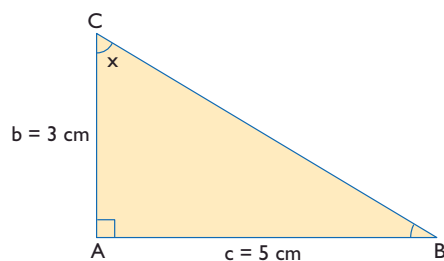


- Halla el valor de x en el siguiente triángulo rectángulo:



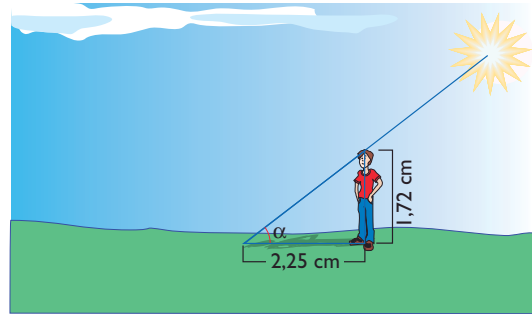
- El extremo de una escalera está apoyado sobre la pared de un edificio, y su base se encuentra a 4 m de la pared. Si el ángulo que forma la escalera con la pared es de 65° , ¿a qué altura del suelo llega la escalera?

- Halla el valor de x en el siguiente triángulo rectángulo:

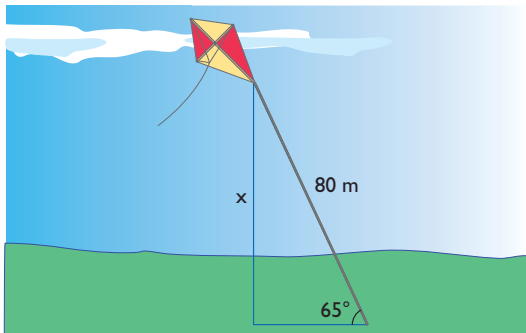


- Una torre de 50 m de altura proyecta una sombra de 20 m a cierta hora del día. Calcula el ángulo con el que se verá el extremo superior de la torre desde el extremo de la sombra.

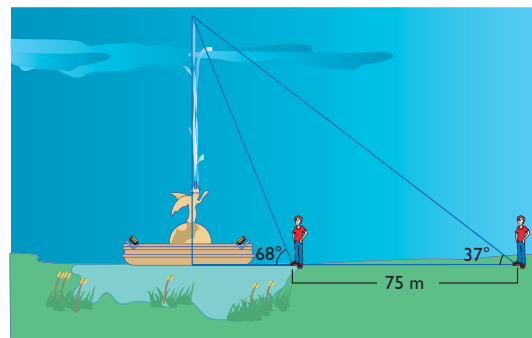
- A una distancia de 35 m del pie de una chimenea se ve el extremo de la misma con un ángulo de 25° . Calcula la altura de la chimenea.



- Una cometa está sujeta al suelo con una cuerda de 80 m de largo y ésta forma con el suelo un ángulo de 65° . Si la cuerda está recta, ¿a qué altura del suelo está la cometa?

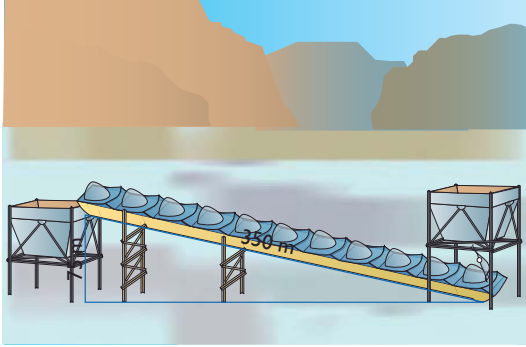


- En el centro de un lago sale verticalmente un chorro de agua, y se quiere medir su altura. Para ello, se mide el ángulo de elevación desde la orilla a la parte más alta del chorro de agua y se obtienen 68° ; alejándose 75 m del lago se vuelve a medir el ángulo de elevación y se obtienen 37° . Calcula la altura del chorro de agua.



Ejercicios y problemas

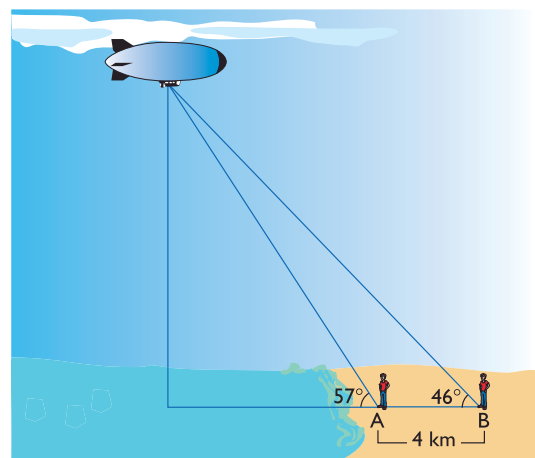
- Una cinta transportadora de sacos de cemento mide 350 m y se quiere que eleve el cemento a 75 m de altura. ¿Qué ángulo de elevación debe llevar la cinta?



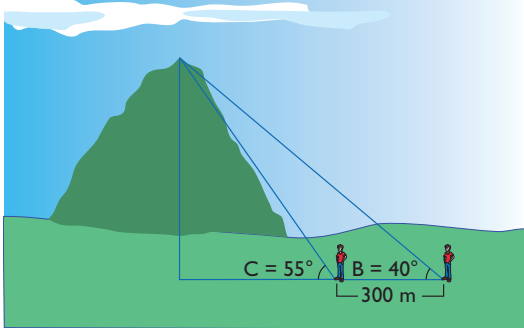
- Calcula la apotema y el área de un heptágono regular cuyo lado mide 9,2 cm

- Dado un triángulo isósceles en el que los lados iguales miden 7 m, y el desigual, 4 m, calcula la altura relativa al lado desigual.

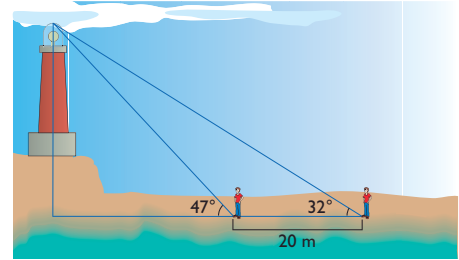
- Dos personas están en una playa y ven un globo desde los puntos A y B, respectivamente, de forma que las dos personas y el globo están en un plano perpendicular al suelo. La distancia entre las dos personas es de 4 km. El ángulo de elevación del globo desde el punto A es de 57° , y desde el punto B, de 46° . Calcula la altura a la que se encuentra el globo.



- En una llanura, desde un punto cualquiera se mide el ángulo B de elevación de una montaña y se obtiene 40° . Acercándose a la montaña una distancia de 300 m, se vuelve a medir el ángulo C de elevación y se obtiene 55° . Calcula la altura de la montaña.

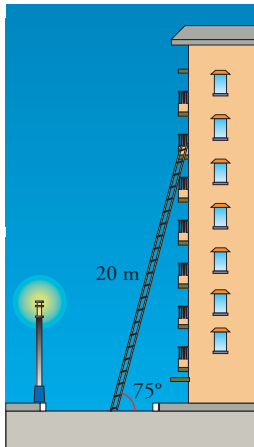


- Un faro está colocado sobre un montículo. Al lado del montículo hay una pequeña llanura y desde ella se mide el ángulo de elevación del punto más alto del faro y se obtiene 47° . Nos alejamos en la misma dirección 20 m, se vuelve a medir el ángulo de elevación y se obtiene 32° . Calcula la altura del faro más el montículo.



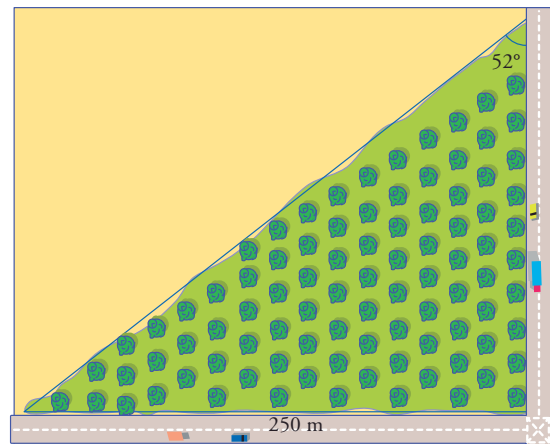
Cálculo de alturas

- Una escalera de bomberos que mide 20 m de longitud se apoya sobre una fachada. El ángulo que forma el suelo con la escalera es de 75° . ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la fachada?



Cálculo de áreas

- Una finca tiene forma de triángulo rectángulo. Uno de los catetos mide 250 m, y el ángulo opuesto, 52° . Calcula el área de la finca.



Geometría analítica

■ Dado el punto $A(2, -5)$, halla el vector \overrightarrow{OA} , represéntalo y halla sus componentes.

■ Halla el vector opuesto del vector $\vec{v}(-3, 2)$ y represéntalos en unos mismos ejes coordenados.

■ Dado el vector $\vec{v}(-4, 5)$, halla el punto A, tal que el vector $\overrightarrow{OA} = \vec{v}$, y represéntalo.

■ Dados los siguientes vectores:

$\vec{u}(3, 2)$ y $\vec{v}(1, 4)$

calcula analítica y geoméricamente:

a) $\vec{u} + \vec{v}$

b) $\vec{u} - \vec{v}$

■ Calcula el módulo y el argumento de los siguientes vectores:

a) $\vec{v}(4, -2)$

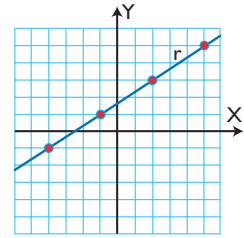
b) $\vec{v}(-3, -4)$

Ejercicios y problemas

■ Dado el vector $\vec{v}(1, -2)$, calcula analítica y geoméricamente:

- a) $3\vec{v}$
- b) $-3\vec{v}$

■ Halla un vector director y la pendiente de la siguiente recta:



Ecuaciones de la recta

■ Dados los puntos $A(1, 2)$ y $B(-5, 4)$, calcula el vector \overrightarrow{AB} . Haz la representación gráfica.

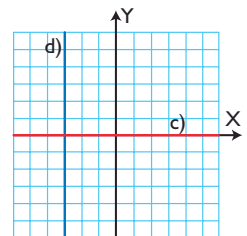
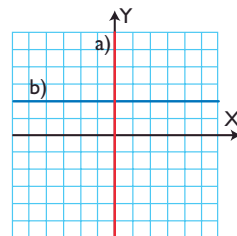
■ Representa la recta que pasa por el punto $P(-4, -1)$ y tiene como vector director $\vec{v}(3, 2)$. Halla las distintas ecuaciones de dicha recta.

- Dada la recta $y = 2x + 5$, ¿qué tipo de ecuación es? Halla un punto, la pendiente, un vector director y un vector normal. Haz la representación gráfica.

- Dibuja la recta que pasa por los puntos $A(-1, 3)$ y $B(3, 0)$. Halla la ecuación de dicha recta.

- Dibuja la recta que pasa por el punto $A(1, 4)$ y tiene de pendiente $2/3$. Halla la ecuación de dicha recta.

- Halla la ecuación general de las rectas representadas en los siguientes ejes de coordenadas:

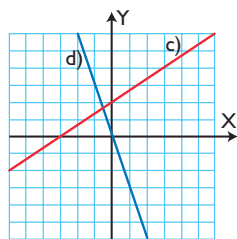
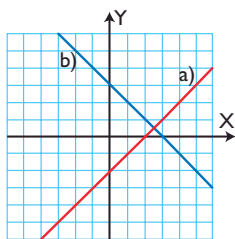


Ejercicios y problemas

- Dibuja la recta que es paralela al eje X y que pasa por el punto $A(2, -3)$. Escribe su ecuación general.

- Dibuja la recta que es paralela al eje Y y que pasa por el punto $A(1, 4)$. Escribe su ecuación general.

- Halla la ecuación explícita de las rectas representadas en los siguientes ejes de coordenadas:



- Halla mentalmente el punto medio del segmento de extremos $A(4, -3)$ y $B(-1, 5)$. Haz la representación gráfica.

Posiciones, distancia y circunferencia

- Estudia analítica y gráficamente la posición relativa de los puntos $A(5, 1)$ y $B(-2, 3)$ respecto de la siguiente recta: $r \equiv x - 2y = 3$

- Estudia analíticamente la posición relativa de los siguientes pares de rectas. Si se cortan, halla el punto de corte:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } x - 2y = 3 \\ \quad -x + 2y = -3 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } 3x + 4y = 5 \\ \quad 2x - y = -4 \end{array} \right\}$$

Representa ambas rectas para comprobarlo.

■ Dada la recta $r \equiv x - 3y = 1$, halla una recta s , paralela a r , que pase por el punto $P(2, 5)$. Haz la representación gráfica.

■ Halla la distancia que hay entre los siguientes puntos:
 $A(-1, 5)$ y $B(2, 1)$
Haz la representación gráfica.

■ Dada la recta $r \equiv 2x + y = 1$, halla una recta t , perpendicular a r , que pase por el punto $P(3, 2)$. Haz la representación gráfica.

■ Halla el coeficiente a para que la recta:
 $4x + ay = 7$
pase por el punto $P(-2, 3)$. Haz la representación gráfica.

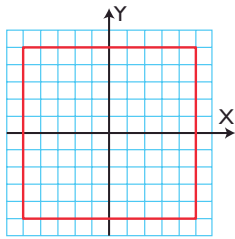
Ejercicios y problemas

- Halla la ecuación de la circunferencia que tiene el centro en el punto $C(2, -1)$, y de radio, 3. Haz el dibujo.

- Calcula mentalmente las componentes de los vectores \vec{AB} en los siguientes casos:

- a) $A(3, 4), B(5, 7)$
- b) $A(-4, 1), B(2, -5)$
- c) $A(0, 5), B(-7, 2)$
- d) $A(0, 0), B(3, 5)$

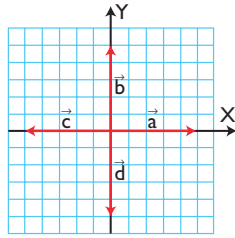
- Dado el siguiente cuadrado de centro el origen de coordenadas y lado de longitud 10:



- Halla mentalmente dos vectores perpendiculares al vector $\vec{v}(5, 2)$ y represéntalos gráficamente.

- a) representa todos los vectores que nacen en el origen de coordenadas y tienen como extremo uno de los vértices del cuadrado.
- b) escribe la expresión analítica de cada uno de los vectores representados.

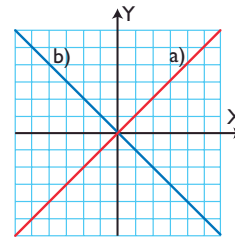
- Calcula mentalmente el módulo y el argumento de los siguientes vectores:



- Halla mentalmente las ecuaciones generales de las siguientes rectas:

- a) Eje X
- b) Eje Y

- Halla la ecuación explícita de las siguientes rectas representadas en los ejes de coordenadas.



- Dada la siguiente recta:

$$(x, y) = (-4, 1) + t(2, 3); t \in \mathbb{R}$$

halla:

- a) el tipo de ecuación.
- b) un punto.
- c) el vector director.
- d) un vector normal.
- e) la pendiente.
- f) Representála.

- Representa y halla mentalmente las ecuaciones generales de las rectas paralelas a los ejes coordenados, que pasan por el punto $A(2, -3)$

- Halla mentalmente un vector normal y un vector director de cada una de las siguientes rectas:

- a) $2x + 3y = 5$
- b) $-x - 2y = 4$
- c) $-3x + y = 1$
- d) $5x - 4y = 2$

- Representa y halla mentalmente las ecuaciones generales de las rectas paralelas a los ejes coordenados, que pasan por el punto $A(-4, 1)$

Ejercicios y problemas

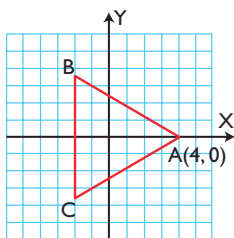
- Halla mentalmente la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = 2 \\ -4x + 2y = -1 \end{array} \right\}$$

- Halla mentalmente la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 6y = 3 \\ -x + 2y = -1 \end{array} \right\}$$

- Dado el triángulo equilátero siguiente, de centro el origen de coordenadas y vértice $A(4, 0)$:



- Halla mentalmente la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2 \\ y = -3 \end{array} \right\}$$

Represéntalas y halla el punto de corte.

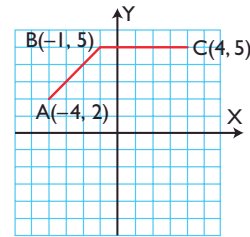
- Halla mentalmente la ecuación de la circunferencia de centro el origen de coordenadas y de radio $R = 3$ unidades. Represéntala.

- representa todos los vectores que nacen en el origen de coordenadas y tienen como extremo uno de los vértices del triángulo equilátero.
- Aplicando las razones trigonométricas, halla la expresión analítica de cada uno de los vectores representados.

- Dibuja y calcula el área del triángulo comprendido entre las rectas siguientes:

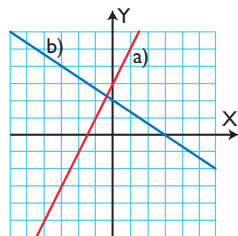
$$x = 2, y = 1, x + y = 5$$

- De un paralelogramo se conocen tres vértices consecutivos: $A(-4, 2)$, $B(-1, 5)$ y $C(4, 5)$



Halla las coordenadas del cuarto vértice D utilizando la suma de vectores.

- Halla la ecuación general de las siguientes rectas representadas en los ejes de coordenadas:



- Halla analíticamente un vector director y la pendiente de las rectas que están definidas por los dos puntos siguientes:

- $A(0, 0)$, $B(3, 4)$
- $A(2, -1)$, $B(4, 6)$
- $A(-2, 5)$, $B(3, -4)$
- $A(3, -2)$, $B(4, -1)$

Dada la siguiente recta:

$$\frac{x - 2}{3} = \frac{y + 1}{4}$$

halla:

- el tipo de ecuación.
- un punto.

Ejercicios y problemas

- Dada la siguiente recta:

$$y = 2x - 3$$

halla:

- el tipo de ecuación.
- un punto.
- la pendiente.
- un vector director.
- un vector normal.
- Representála.

- Dado el triángulo que tiene los vértices en los puntos $A(3, 4)$, $B(-1, -2)$ y $C(5, -4)$:

- representa dicho triángulo y dibuja la recta que contiene la mediana definida por el vértice A
- Halla la ecuación de dicha recta.

- Dado el triángulo que tiene los vértices en los puntos $A(1, 4)$, $B(-3, 2)$ y $C(5, -4)$:

- representa dicho triángulo y dibuja la recta paralela al lado BC , que pasa por el vértice A
- halla la ecuación de dicha recta.

- Dibuja el segmento de extremos los puntos $A(5, 4)$ y $B(-1, -2)$ y su mediatriz. Halla la ecuación de la mediatriz.

- Dibuja un rectángulo sabiendo que tiene los lados paralelos a los ejes coordenados, y que las coordenadas de dos vértices opuestos son $A(-3, 5)$ y $B(3, 1)$. Dibuja y halla la longitud de la diagonal.

- Halla el coeficiente k para que la recta:
$$kx + 3y = 8$$
pase por el punto $A(1, 2)$

- Halla el valor de k para que las siguientes rectas sean paralelas:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 5 \\ kx - 6y = 1 \end{array} \right\}$$

Halla mentalmente la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

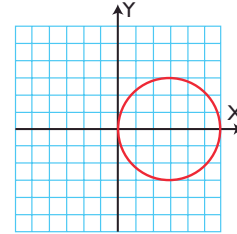
$$\left. \begin{array}{l} 3x + 4y = 12 \\ 2x + y = 3 \end{array} \right\}$$

Represéntalas y halla el punto de corte.

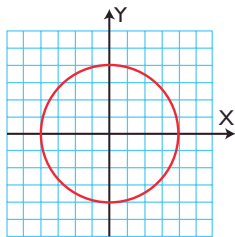
Ejercicios y problemas

- Halla la ecuación de la circunferencia que tiene el centro en el punto $A(-1, -2)$, y de radio, 4 unidades. Haz el dibujo.

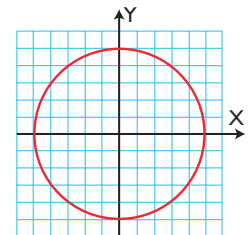
- Halla la ecuación de la siguiente circunferencia:



- Halla la ecuación de la siguiente circunferencia:

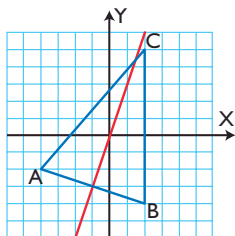


- Dada la circunferencia de centro el origen de coordenadas, y radio, 5



- representa todos los vectores que nacen en el origen de coordenadas y tienen como extremo un punto de la circunferencia de coordenadas enteras.
- Escribe la expresión analítica de cada uno de los vectores representados.

Dado el triángulo de la siguiente figura:



halla la ecuación de la mediatriz del lado AB

- Dados los vectores:
 $\vec{u}(2, -3)$ y $\vec{v}(-1, 4)$
calcula analíticamente:
- $3\vec{u} + 5\vec{v}$
 - $5\vec{u} - 3\vec{v}$

- Dado el triángulo que tiene los vértices en los puntos $A(-2, 3)$, $B(-5, -1)$ y $C(5, 4)$
- representa dicho triángulo y dibuja la recta que contiene al lado BC
 - halla la ecuación de dicha recta.

- Dada la siguiente recta:
 $5x - 2y + 9 = 0$
halla:
- el tipo de ecuación.
 - un punto.
 - un vector normal.
 - un vector director.
 - la pendiente.
 - Represéntala.

- Halla el coeficiente k para que la recta: $5x + ky = 1$ pase por el punto $A(-3, 4)$

- Un romboide tiene tres vértices en los puntos $A(-5, 1)$, $B(-2, 5)$ y $C(2, 5)$
Halla:
- el cuarto vértice.
 - la longitud de sus diagonales.

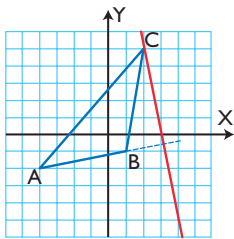
Ejercicios y problemas

- Halla la longitud del segmento determinado por los puntos de corte con los ejes coordenados de la recta siguiente:

$$3x + 4y = 12$$

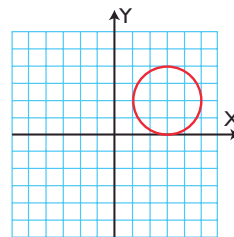
- Halla la ecuación de la circunferencia que tiene el centro en el punto $C(-3, 4)$, y de radio, 2 unidades. Haz el dibujo.

- Dado el triángulo de la siguiente figura:



halla la ecuación de la recta que contiene a la altura relativa al vértice C

- Halla la ecuación de la siguiente circunferencia:



BLOQUE IV

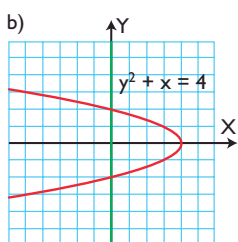
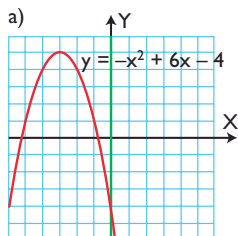
Funciones

Funciones. Rectas y parábolas
Funciones racionales, irracionales,
exponenciales y logarítmicas

Ejercicios y problemas

Funciones

■ Indica cuál de las siguientes gráficas es función:



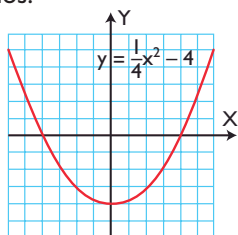
Solución:

- a) Sí es función.
 b) No es función. Hay valores de x para los que existen dos valores de y . Por ejemplo, para $x = 0$, $y = -2, y = 2$

■ Clasifica las siguientes funciones:

- a) $y = 3x^2 - x + 2$ b) $y = \log(x - 3)$
 c) $y = \sqrt{x - 5}$ d) $y = \sin(x + \pi)$
 e) $y = \frac{3x - 5}{x - 2}$ f) $y = 3^{x-2}$

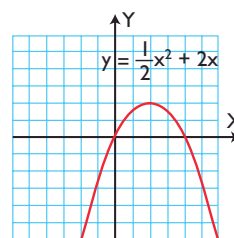
■ Dada la siguiente gráfica, analiza todas sus características, es decir, completa el formulario de los diez apartados.



Solución:

- Tipo de función: polinómica.
- Dominio: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$
- Continuidad: es continua.
- Periodicidad: no es periódica.
- Simetrías: es simétrica respecto del eje Y
- Asíntotas:
 - Verticales: no tiene.
 - Horizontales: no tiene.
- Corte con los ejes:
 - Eje X : $A(-4, 0), B(4, 0)$
 - Eje Y : $C(0, -4)$
- Máximos y mínimos relativos:
 - Máximo relativo: no tiene.
 - Mínimo relativo: $C(0, -4)$
- Monotonía:
 - Creciente (\nearrow): $(0, +\infty)$
 - Decreciente (\searrow): $(-\infty, 0)$
- Puntos de inflexión: no tiene.
- Curvatura:
 - Convexa (\cup): $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$
 - Cóncava (\cap): \emptyset
- Recorrido o imagen: $\text{Im}(f) = [-4, +\infty)$

■ Dada la siguiente gráfica, analiza todas sus características, es decir, completa el formulario de los diez apartados.



Ejercicios y problemas

Función lineal y función afín

■ Halla mentalmente la pendiente de las siguientes funciones lineales o de proporcionalidad directa, di si son crecientes o decrecientes y represéntalas:

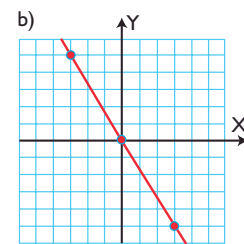
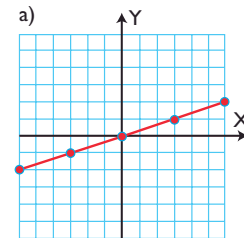
a) $y = 2x$

b) $y = -\frac{x}{2}$

c) $y = \frac{4x}{3}$

d) $y = -\frac{5x}{4}$

■ Halla las ecuaciones de las siguientes rectas:



■ Halla mentalmente la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones afines, di si son crecientes o decrecientes y represéntalas:

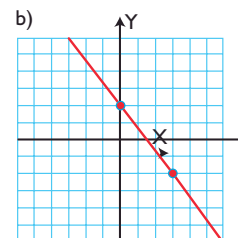
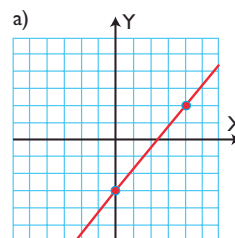
a) $y = 3x + 1$

b) $y = -\frac{x}{2} + 3$

c) $y = \frac{3x}{2} - 1$

d) $y = -\frac{4x}{3} + 2$

■ Halla las ecuaciones de las siguientes rectas:



Ejercicios y problemas

Función cuadrática

- Halla el eje de simetría y las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo en las siguientes funciones cuadráticas:

- a) $y = 4x^2 - 16x + 11$
- b) $y = -x^2 + 2x - 3$
- c) $y = x^2 + 2$
- d) $y = x^2 + 4x$

- Representa la siguiente parábola:

$$y = -\frac{x^2}{3}$$

- a) Halla el eje de simetría.
- b) Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.
- c) ¿Dónde es creciente y dónde decreciente?
- d) ¿Es convexa (∪) o cóncava (∩)?

- Representa la siguiente parábola:

$$y = \frac{x^2}{2}$$

- a) Halla el eje de simetría.
- b) Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.
- c) ¿Dónde es creciente y dónde decreciente?
- d) ¿Es convexa (∪) o cóncava (∩)?

- Representa la parábola $y = -x^2$

A partir de ella, representa la siguiente parábola:

$$y = -x^2 + 2$$

- a) Halla el eje de simetría.
- b) Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.
- c) ¿Dónde es creciente y dónde decreciente?
- d) ¿Es convexa (∪) o cóncava (∩)?

■ Representa la función $y = x^2$

A partir de ella, representa la siguiente parábola:

$$y = (x + 2)^2 - 3$$

- Halla el eje de simetría.
- Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.
- ¿Dónde es creciente y dónde decreciente?
- ¿Es convexa (\cup) o cóncava (\cap)?

■ Representa la siguiente parábola:

$$y = 2x^2 - 4x + 3$$

- Halla el eje de simetría.
- Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.

■ Representa la siguiente parábola:

$$y = -8x^2 + 16x - 5$$

- Halla el eje de simetría.
- Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.

■ Representa la siguiente parábola:

$$y = -x^2 - 6x - 4$$

- Halla el eje de simetría.
- Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.

■ Clasifica las siguientes funciones en lineales o afines. Halla mentalmente la pendiente, di si son crecientes o decrecientes y represéntalas:

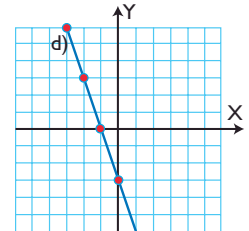
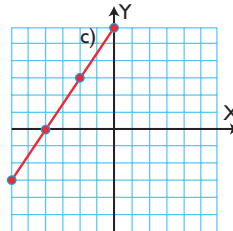
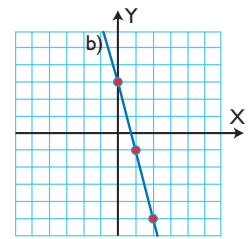
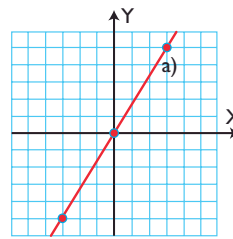
a) $y = -\frac{3x}{2}$

b) $y = -2x - 1$

c) $y = \frac{x}{3} - 4$

d) $y = \frac{x}{4}$

■ Halla las ecuaciones de las siguientes rectas:



■ Representa la siguiente parábola:

$$y = 4x^2 - 8x + 3$$

a) Halla el eje de simetría.

b) Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.

■ Representa la siguiente parábola:

$$y = 2x^2$$

A partir de ella, representa la parábola:

$$y = 2(x - 3)^2$$

a) Halla el eje de simetría.

b) Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.

c) ¿Dónde es creciente y dónde decreciente?

d) ¿Es convexa (∪) o cóncava (∩)?

Ejercicios y problemas

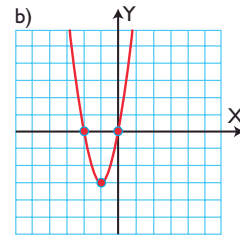
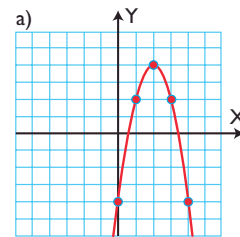
- Representa la siguiente parábola: $y = -\frac{x^2}{4}$

A partir de ella representa la parábola:

$$y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 1$$

- Halla el eje de simetría.
- Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.
- ¿Dónde es creciente y dónde decreciente?

- Halla la ecuación de las siguientes parábolas:



- Representa la siguiente parábola:

$$y = 3x^2 + 6x + 4$$

- Halla el eje de simetría.
- Halla las coordenadas del vértice, e indica si éste es un máximo o un mínimo.
- ¿Dónde es creciente y dónde decreciente?

- Halla algebraicamente los puntos de corte de las siguientes parábolas con los ejes de coordenadas, representa las parábolas y comprueba el resultado.

- $y = x^2 + 4x + 3$
- $y = x^2 - 2x$
- $y = x^2 + 4x + 4$
- $y = x^2 - 2x + 2$

- El perímetro de un rectángulo mide 8 m. Expresa el área del rectángulo, en función del lado x de la base. Representa la función e indica el valor del lado de la base para el que el área se hace máxima.

- El beneficio, en miles de euros, que se obtiene al vender a $x \text{ €}$ una unidad de un determinado producto viene dado por la fórmula

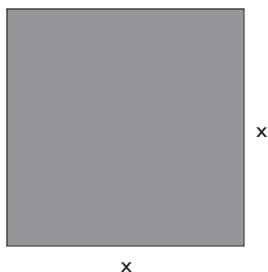
$$B(x) = -x^2 + 10x - 21$$

- Representa la función $B(x)$
- Determina el precio al que hay que vender el producto para obtener el máximo beneficio.

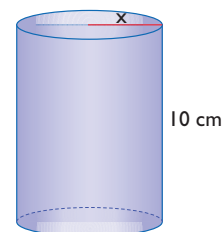
- Un servicio de telefonía cobra 0,2 € por el uso del servicio y 0,06 € por cada minuto. Escribe la fórmula de la función que expresa el dinero que se paga en función del tiempo y representa su gráfica.

- Se depositan 2 000 € a un 2% de interés simple anual. Expresa el interés en función del tiempo y representa la gráfica.

- Halla el área de un cuadrado en función del lado x . Representala gráficamente.



- Escribe la función que da el volumen de un cilindro de 10 cm de altura en función del radio de la base. Representala.

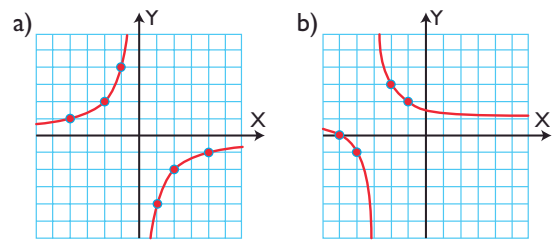


Funciones

1. Funciones racionales

- Representa la gráfica de la función $y = -3/x$. Calcula el valor de la constante de proporcionalidad e indica si es creciente o decreciente.

- Halla la ecuación de las siguientes funciones:



- Dibuja la gráfica de la función $f(x) = \frac{3x + 1}{x + 1}$

Halla:

- su dominio.
- las ecuaciones de las asíntotas.
- las discontinuidades.

2. Operaciones con funciones. Funciones irracionales

- Dadas las siguientes funciones:

$$f(x) = (x - 3)^2 \qquad g(x) = x^2 - 9$$

calcula:

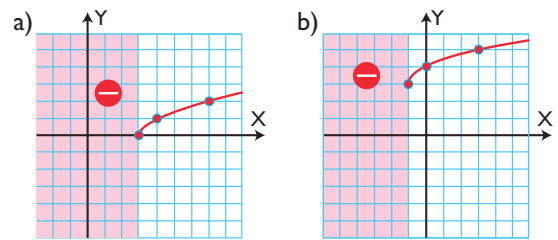
- $f + g$
- $f - g$

- Dadas las siguientes funciones:
 $f(x) = x^2 - 16$ $g(x) = (x + 4)^2$
 calcula:
 a) $f \cdot g$ b) f/g c) $\text{Dom}(f/g)$

- Clasifica la función $f(x) = \sqrt{x + 4}$, halla su dominio y represéntala.

- Dadas las siguientes funciones:
 $f(x) = 5x - 4$ $g(x) = x^2 + 3x - 1$
 calcula:
 a) $g \circ f$ b) $f \circ g$

- Halla la fórmula de las siguientes funciones:



- Dada la siguiente función:
 $f(x) = \sqrt{x + 5}$
 calcula f^{-1}
 Representa ambas funciones y la recta $y = x$. ¿Qué observas?

3. Funciones exponenciales

- Representa la función $f(x) = 4^x$

- Representa la función $f(x) = (1/4)^x$

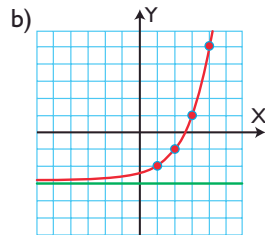
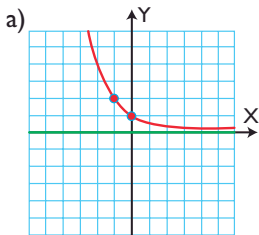
Ejercicios y problemas

■ Representa la función $f(x) = -3 + 4^{x-2}$

■ Un estanque contiene 8 hectolitros de agua y cada mes se gasta la mitad de su contenido. Halla la función que define la capacidad que queda en el estanque en función del tiempo y represéntala gráficamente.

■ Representa la función $f(x) = 1 + (1/4)^{x+3}$

■ Halla la ecuación de las siguientes funciones definidas por su gráfica.



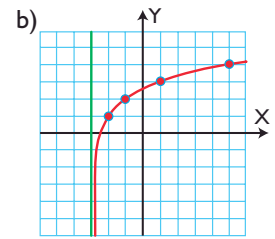
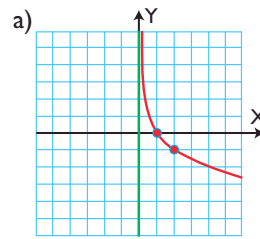
4. Funciones logarítmicas

■ Representa la siguiente función:
 $f(x) = \log_4 x$

■ Representa la siguiente función:
 $f(x) = \log_{1/4} x$

- Representa la siguiente función:
 $f(x) = 2 + \log_4(x - 3)$

- Halla la ecuación de las siguientes funciones definidas por su gráfica:



- Representa la siguiente función:
 $f(x) = -3 + \log_{1/4}(x - 2)$

- Halla la función inversa de $y = 3 + \log_2(x - 1)$, representa ambas funciones y la recta $y = x$. ¿Qué observas en las gráficas?

Ejercicios y problemas

■ Halla el dominio de las funciones:

a) $y = \frac{2x-7}{x-3}$

b) $y = \sqrt{x-2}$

■ a) $y = -4 + 2^{x+3}$

b) $y = \frac{-2x+1}{x+1}$

■ Halla el dominio de las funciones:

a) $y = 3^{x+5}$

b) $y = \log_2(x-1)$

■ a) $y = \sqrt{x+4}$

b) $y = 3 + \log_2(x+2)$

■ Halla las discontinuidades de las funciones:

a) $y = \frac{x+1}{x-4}$

b) $y = \frac{x-5}{x+3}$

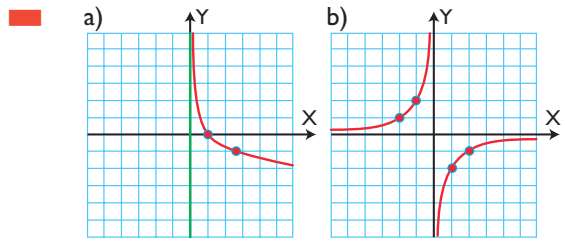
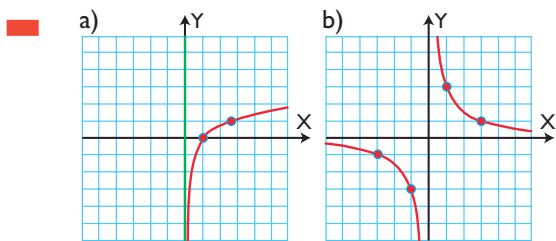
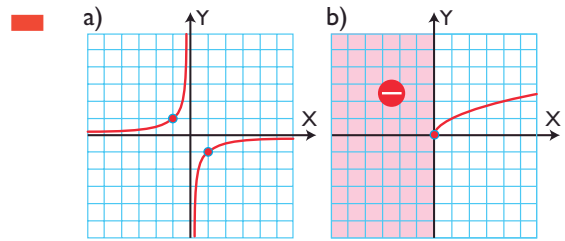
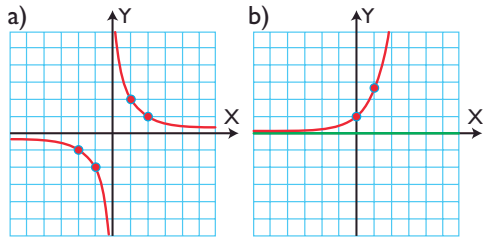
■ Clasifica las siguientes funciones. Representalas y halla su crecimiento:

a) $y = \frac{x+1}{x-2}$

b) $y = \sqrt{x-2}$

Ejercicios y problemas

■ Clasifica y halla la ecuación de las siguientes funciones definidas por su gráfica.



4º ESO - op.B

- Aritmética**
- Álgebra**
- Geometría**
- Funciones**