

Figuras CONGRUENTES

Son figuras que tienen la misma forma y el mismo tamaño.

- Por ejemplo, dos triángulos son congruentes cuando tienen:
- Dos ángulos iguales y el lado comprendido entre éstos igual
 - Dos lados iguales y el ángulo comprendido entre éstos igual
 - Los tres lados iguales

Figuras SEMEJANTES

Tienen la misma forma pero distinto tamaño. Sus ángulos correspondientes son iguales y las longitudes de los segmentos homólogos proporcionales.

- Llamamos **reproducciones** a las figuras semejantes que nos rodean.
- Con los mapas, planos y maquetas pretendemos obtener medidas y distancias precisas.
 - Con las fotografías, las copias, los vídeos pretendemos transmitir la forma, el color, la belleza y la imagen.

Dos polígonos son semejantes cuando sus ángulos son respectivamente iguales y sus lados correspondientes son proporcionales.

Cuando decimos que la razón de semejanza entre dos figuras F y F' es 5/3, queremos decir que:

$$\frac{\text{Longitud de un segmento de F}}{\text{Longitud de un segmento de F'}} = \frac{5}{3}$$

Al usar la razón de semejanza, es importante precisar el **orden** de las figuras.

ESCALA y Razón de semejanza

Teniendo dos figuras semejantes, cada longitud en una de ellas se obtiene multiplicando la longitud correspondiente en la otra por un número fijo, llamado **razón de semejanza** (constante de proporcionalidad).

En los mapas, planos, maquetas,... la razón de semejanza se llama **ESCALA**.

Escala es el cociente entre cada longitud de la reproducción y la correspondiente longitud en la realidad.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Distancia en la reproducción}}{\text{Distancia en la realidad}}$$

Habitualmente las escalas se utilizan para representar objetos o superficies grandes a menor tamaño. *Por ej.* un mapa a escala **1:50.000**
Pero también podemos emplear escalas para representar objetos pequeños a mayor tamaño. *Por ej.* Una estatua escala **25:1** o una célula escala **1000:1**

Observa que la posición de los números, en la escala, cambia cuando se trata de reducciones 1:n o de ampliaciones n:1

Si la razón de semejanza de dos figuras es k, entonces la razón de sus **perímetros** es k

$$\frac{P}{P'} = k$$

Si la razón de semejanza de dos figuras es k, entonces la razón de sus **áreas** es k²

$$\frac{A}{A'} = k^2$$

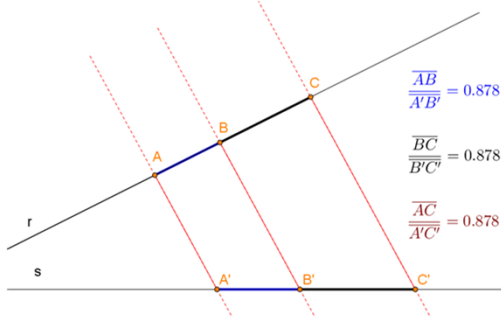
Si la razón de semejanza de dos figuras es k, entonces la razón de sus **volúmenes** es k³

$$\frac{V}{V'} = k^3$$

Teorema de TALES

Si dos rectas concurrentes se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de ellas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra.

Teorema de Tales $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$



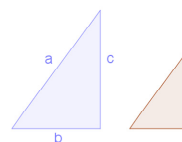
TRIÁNGULOS semejantes

CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS:

- (1) Si tienen dos ángulos respectivamente iguales
- (2) Si tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales
- (3) Si tienen sus tres lados proporcionales

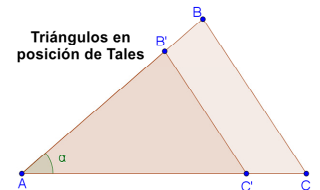
$$\hat{A} = \hat{A}' ; \hat{B} = \hat{B}' ; \hat{C} = \hat{C}'$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$



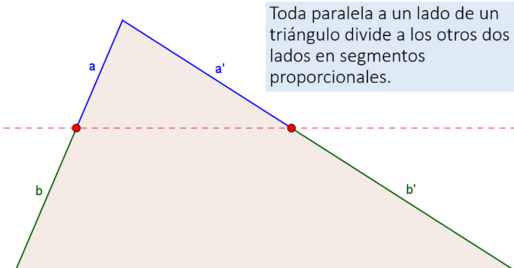
Dos triángulos en posición de Tales tienen un ángulo común y los lados opuestos a éste son paralelos, por tanto **Dos triángulos en posición de Tales son semejantes.**

Triángulos en posición de Tales



Dos rectángulos son semejantes si sus dimensiones (largo y ancho) son proporcionales. *Ej. Hoja DIN A-4, rectángulo áureo,...*

Propiedades de semejanza de triángulos

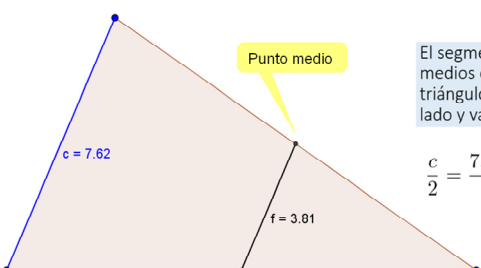


Toda paralela a un lado de un triángulo divide a los otros dos lados en segmentos proporcionales.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = r$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{3.27}{5.6} = 0.58$$

$$\frac{b}{b'} = \frac{4.34}{7.44} = 0.58$$



Punto medio

El segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo, es paralelo al tercer lado y vale la mitad de éste.

$$\frac{c}{2} = \frac{7.62}{2} = 3.81$$

Semejanza de triángulos rectángulos

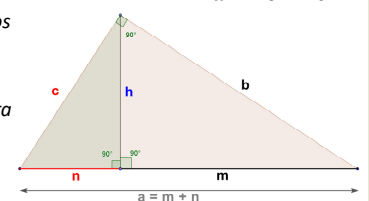
Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen igual uno de sus ángulos agudos.

Teorema de PITÁGORAS

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Todos los triángulos obtenidos al trazar perpendiculares a alguno de los lados de un ángulo agudo son semejantes.

En todo triángulo rectángulo, la altura sobre la hipotenusa determina dos triángulos semejantes al original.



Teorema del cateto

El cuadrado de un cateto es igual al producto de la hipotenusa por su proyección.

$$b^2 = a \cdot m$$

$$c^2 = a \cdot n$$

Teorema de la altura

El cuadrado de la altura sobre la hipotenusa es igual al producto de los dos segmentos en que dicha altura divide a la hipotenusa.

$$h^2 = m \cdot n$$

$$h \cdot a = b \cdot c$$